

**1<sup>ère</sup> bac SM**

**suites numériques**

**Exercice N°4**

Soit  $(u_n)_n$  la suite telle que :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{8u_n - 8}{u_n + 2} \end{cases}$$

1) Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 2 < u_n < 4$

2) Etudier la monotonie de  $(u_n)_n$

Pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  on pose  $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 2}$

3) Prouver que  $(v_n)_n$  est une suite géométrique

4) Déterminer  $v_n$  en fonction de  $n$

5) déduire que  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{4 \times 3^n + 2^{n+1}}{3^n + 2^n}$

**exercice 5**

Soit  $(u_n)_n$  la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Pour tout entier  $n$  de  $\mathbb{N}$  on pose  $v_n = 2^n u_n$

- montrer que  $(v_n)_n$  est arithmétique
- déterminer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$

on pose  $S_n = \sum_{k=1}^n u_k$  et  $T = \prod_{k=1}^n u_k ; \forall n \in \mathbb{N}^*$

3. montrer que  $S_n = 3 - \frac{n+3}{2^n}$  et  $T_n = \frac{(n+1)!}{2^{n^2}}$

**exercice N°6**

$(u_n)_n$  une suite telle que  $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 4n - u_n \end{cases}$

- calculer  $u_1 ; u_2 ; u_3$  et  $u_4$
- montrer que  $(u_{2n})_n$  est arithmétique
- déterminer  $u_{2n}$  puis  $u_{2n+1}$  en fonction de  $n$   
pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  on pose  $v_n = u_n + 1 - 2n$
- prouver que  $(v_n)_n$  est géométrique
- déterminer  $v_n$  et  $u_n$  en fonction de  $n$

**Exercice 1**

On considère la suite  $(u_n)_n$  définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = 2u_n + 1 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

Pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  on pose  $v_n = u_n - \alpha$

- Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n \geq n$
- Déduire que  $(u_n)$  n'est pas majorée
- déterminer  $\alpha$  pour que  $(v_n)_n$  soit géométrique
- on prend  $\alpha = -1$  et on pose  $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$   
déterminer  $v_n$  et  $u_n$  en fonction de  $n$   
puis  $S_n$  en fonction de  $n$

**exercice N°2**

On considère la suite  $(u_n)_n$  définie par :

$$u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

On pose  $v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- montrer que  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 1 < u_n \leq 2$
- montrer que  $(u_n)_n$  est décroissante
- montrer que  $(v_n)_n$  est une suite arithmétique
- déterminer  $u_n$  en fonction de  $n$  puis calculer

$$S_{2017} = \sum_{k=0}^{2016} v_k$$

**exercice 3**

$(u_n)_n$  une suite telle que :  $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{4 - u_n} \end{cases}$

Pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  on pose  $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

- montrer que  $\forall n \in \mathbb{N} \quad -1 \leq u_n \leq 3$
- étudier la monotonie de  $(u_n)_n$
- a) montrer que  $(v_n)_n$  est géométrique  
b) calculer  $u_n$  en fonction de  $n$   
c) déterminer :

$$S_n = \sum_{k=0}^n v_k \text{ et } P_n = \prod_{k=0}^n v_k \text{ en fonction de } n$$